

**Институт космofизических исследований и распространения
радиоволн ДВО РАН**

Камчатский Государственный Технический Университет

*«Вейвлет-технология анализа геомагнитных
данных, выделения и идентификации возмущений в
периоды сильных магнитных бурь»*

Авторы

Мандрикова Оксана Викторовна

Соловьев Игорь Сергеевич

Цели и задачи исследования

- 1. Разработка модели геомагнитного сигнала, описывающей его характерную компоненту и локальные структуры, формирующие его в периоды повышенной геомагнитной активности.*
- 2. Разработка алгоритма выделения характерной компоненты геомагнитного сигнала и геомагнитных возмущений.*
- 3. Разработка метода автоматического вычисления индекса геомагнитной активности K.*

Модель геомагнитного сигнала

$$f(t) = f_{\text{спок}}(t) + \sum_{j_{\text{возм}}} g_{j_{\text{возм}}}(t) + e(t) \quad (1)$$

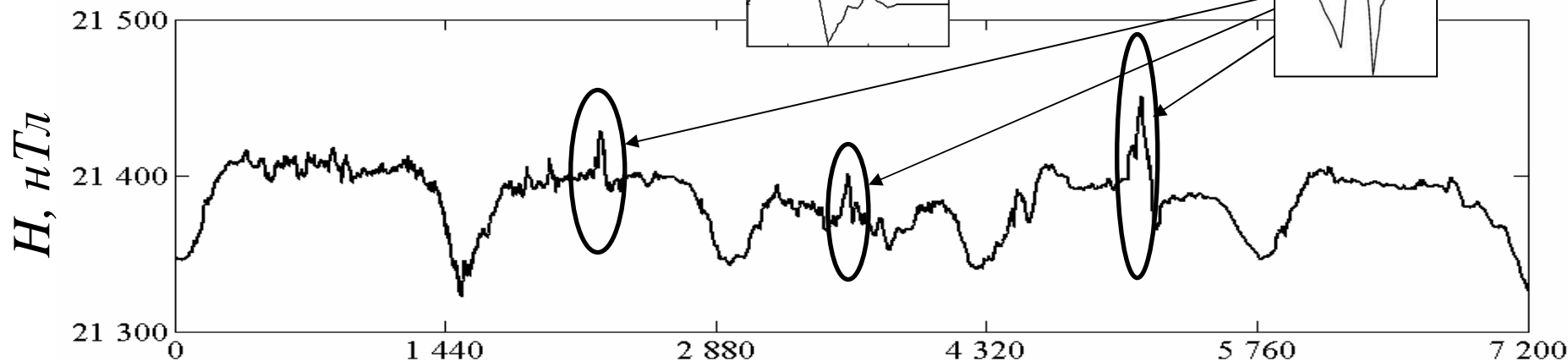
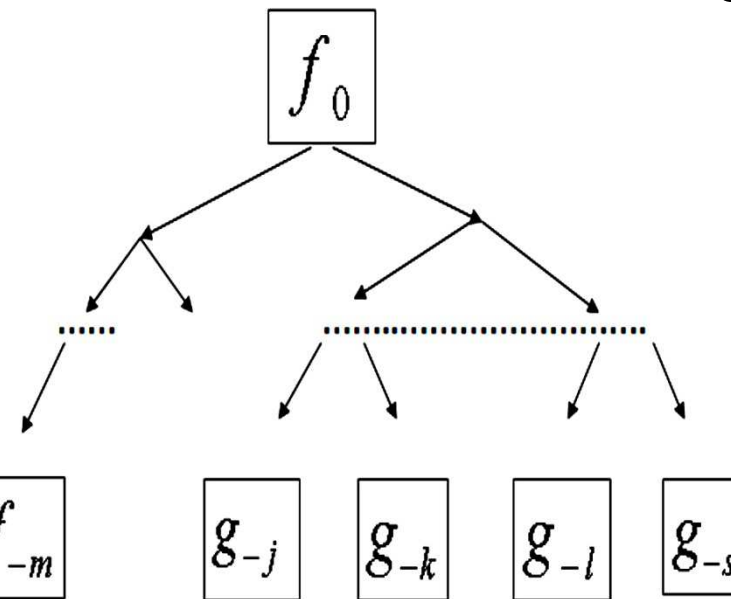
$$f(t) = \sum_n c_{m,n} \varphi_{m,n}(t) + \sum_{(j,k) \in I} d_{j,k} \Psi_{j,k}(t) \quad (2)$$

$$c_{m,n} = \langle f, \varphi_{m,n} \rangle, \quad d_{j,k} = \langle f, \Psi_{j,k} \rangle$$

I – множество индексов

$\varphi_{m,n}$ – скейлинг-функция

$\Psi_{j,k}$ – базисные вейвлет-функции



Критерии выбора базисной функции

1. Ψ является R - функцией: $A\|f\|_2^2 \leq \sum_{(j,k) \in Z} |\langle f, \Psi_{j,k} \rangle|^2 \leq B\|f\|_2^2$,
2. Минимизация числа аппроксимирующих слагаемых;
3. Минимизация погрешности аппроксимации.

Определяющие характеристики вейвлета:

гладкость; число нулевых моментов; размер носителя.

Этапы построения аппроксимирующей схемы

1. Удаление шума
2. Идентификация компонентов схемы
3. Оценка погрешности

$$f(t) = \sum_n c_{m,n} \varphi_{m,n}(t) + \sum_{(j,k) \in I} d_{j,k} \Psi_{j,k}(t) \quad (3)$$

$$c_{m,n} = \langle f(t_n), \varphi_{m,n} \rangle, \quad d_{j,k} = \langle f(t_k), \Psi_{j,k} \rangle, \quad \bar{c}_m = \{c_{m,n}\}_{n=1, \overline{N}}, \quad \bar{d}_j = \{d_{j,k}\}_{k=1, \overline{N}}$$

$$\tilde{f}_{хар} = Df_0, \quad D - \text{оператор решения}$$

Максимальный риск на множестве Θ :

$$r(D, \Theta) = \sup_{f_{хар} \in \Theta} r(D, f_{хар}), \quad r(D, f_{хар}) = E \left\{ \left\| f_{хар} - Df_0 \right\|^2 \right\}$$

тогда, минимальный риск: $r_{\min}(\Theta) = \inf_D r(D, \Theta)$

В качестве аппроксимирующей функции рассматривается $f_{спок}$, определяемая набором коэффициентов $\{c_{m,n}\}_{n=1, \overline{N}}$

Функция- эталон – Sq-кривая

Тогда погрешность оценки в вейвлет-пространстве логично определить

как :
$$(4) \quad U_m = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{n=1}^N |c_{m,n} - c_{m,n}^{Sq}|^2}, \text{ где } c_{m,n}^{Sq} - \text{коэффициенты Sq-кривой на масштабном уровне}$$

Алгоритм выделения характерной компоненты модели

Шаг 1. геомагнитный сигнал f делим на сегменты длины T , равные одним суткам: $\{f(t_n)\}_{n=1}^N = (\{f(t_n)\}_{n=1}^T, \{f(t_n)\}_{n=T+1}^{2T}, \dots, \{f(t_n)\}_{n=N-T}^N)$

Шаг 2. выполняем отображение данных каждого сегмента на масштабный уровень $j = j-1$: $f_j(t) = \sum_n c_{j,n}^0 \phi_{j,n}^0$

Шаг 3. оцениваем погрешность U_j : $U_j = \frac{1}{T} \sqrt{\sum_{n=n_j}^{n_j+T} |c_{j,n} - c_{j,n}^{Sq}|^2}$

Шаг 4. выполняем шаги 2, 3, пока уменьшается погрешность. Выбираем уровень разложения j^* , обеспечивающий наименьшую погрешность $U_{j,\min}$.

Оценим получаемый риск: Оценка погрешности $r(f_{xap}, \tilde{f}_{xap})$ вычисляется по зашумленным данным f_0 и оптимизируется минимизацией $\tilde{r}(f_{xap}, \tilde{f}_{xap})$

$$f_{\phi_j}^0(t) = f_{\phi_j, xap}(t) + e_{\phi_j}(t), \text{ где } f_{\phi_j}^0 = \langle f^0, \phi_j \rangle, f_{\phi_j, xap} = \langle f_{xap}, \phi_j \rangle, e_{\phi_j} = \langle e, \phi_j \rangle$$

e_{ϕ_j} - белый шум с дисперсией σ^2 .

$$E\left\{\left|f_{\phi_j}^0(t)\right|^2\right\} = \left|f_{\phi_j, xap}(t)\right|^2 + \sigma^2, \text{ погрешность оценивается величиной } \sigma^2.$$

Полученная оценка может быть улучшена путем определения «наилучшей» базисной функции ϕ

$$f(t) = \sum_n c_{m,n} \varphi_{m,n}(t) + \sum_{(j,k) \in I} d_{j,k} \Psi_{j,k}(t) \quad (3)$$

$$c_{m,n} = \langle f(t_n), \varphi_{m,n} \rangle, \quad d_{j,k} = \langle f(t_k), \Psi_{j,k} \rangle \quad \bar{c}_m = \{c_{m,n}\}_{n=1, \bar{N}} \quad \bar{d}_j = \{d_{j,k}\}_{k=1, \bar{N}}$$

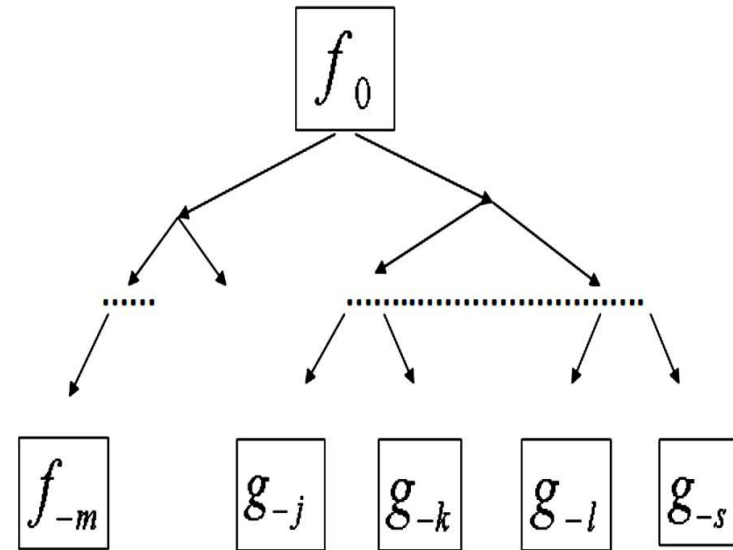
$$\tilde{f} = Df_0, \quad r(\Theta) = \inf_D \sup_{f \in \Theta} E \left\{ \|f - Df_0\|^2 \right\}$$

1. Выбор информативных компонент

Определим меру возмущенности поля в вейвлет-пространстве как $I_j = \max_k (|d_{j,k}|)$

Корреляция сигнала с базисом:

$$C(f_\Psi) = \frac{\sup_{0 \leq n < N} |\langle f_0, \Psi_{j,k} \rangle|}{\|f_0\|}$$



Выделение возмущенных компонент может быть выполнено на основе проверки условия:

$$C^2(f_\Psi) = \frac{\max_{\Psi_{(j,k) \in I}} |\langle f_0, \Psi_{j,k} \rangle|^2}{\sum_{\Psi_{(j,k) \in I}} |\langle f_0, \Psi_{j,k} \rangle|^2} > C^2(e_\Psi), \quad C(e_\Psi) \text{ – нормированная корреляция белого шума.}$$

$$f(t) = \sum_n c_{m,n} \varphi_{m,n}(t) + \sum_{(j,k) \in I} d_{j,k} \Psi_{j,k}(t) \quad (3)$$

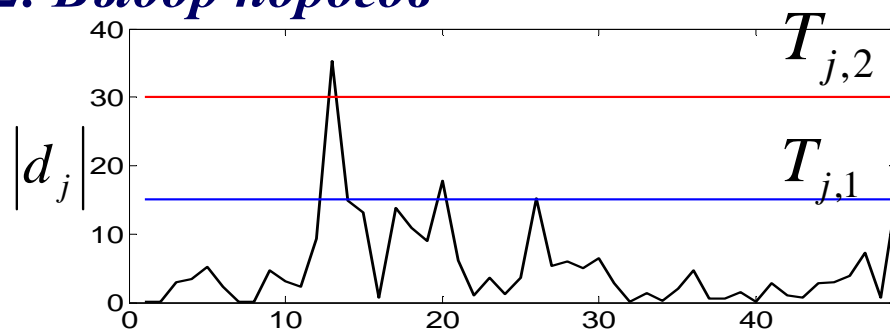
$$c_{m,n} = \langle f(t_n), \varphi_{m,n} \rangle, \quad d_{j,k} = \langle f(t_k), \Psi_{j,k} \rangle \quad c_m = \{c_{m,n}\}_{n=1, \overline{N}} \quad \bar{d}_j = \{d_{j,k}\}_{k=1, \overline{N}}$$

Совокупность возможных состояний:

- поле спокойное s_1
- поле слабовозмущенное s_2
- поле возмущенное s_3

Мера возмущенности поля - $I_j = \max_k (|d_{j,k}|)$, тогда **набор решений** – пороги

2. Выбор порогов



$$D_j(x) = \begin{cases} s_1, & \text{если } |I_j| \leq T_{j,1}, \\ s_2, & \text{если } T_{j,1} \leq |I_j| < T_{j,2}, \\ s_3, & \text{если } |I_j| > T_{j,2} \end{cases}$$

Оптимальное решение – порог, обеспечивающий наименьшие потери

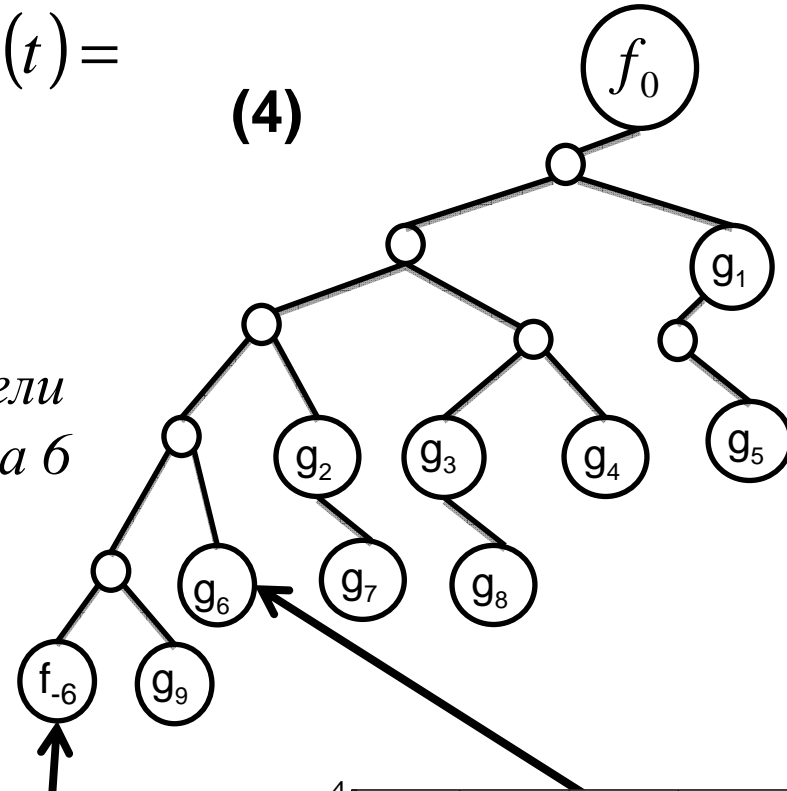
В качестве критерия наименьших потерь рассмотрим критерий наименьшей частоты ошибок.

Апостериорный риск $J_l(x) = \sum_{i \neq l} P\{s_i / x\}$, где x - наблюдение

$$f(t) = \left(\sum_{n \in Z} c_{6,n} \Psi_{6,n}(t) \right) + \sum_{j_{603M}} g_{j_{603M}}(t) =$$

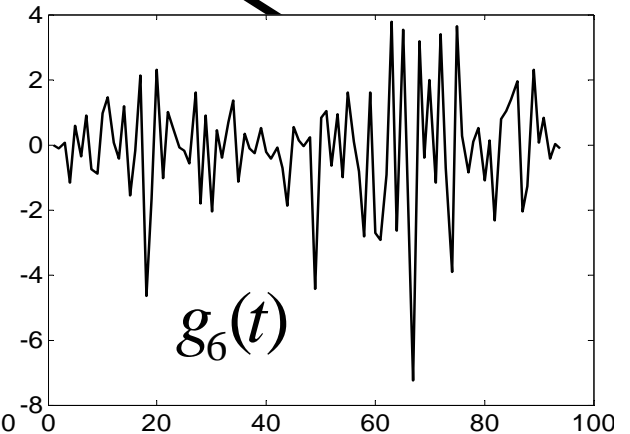
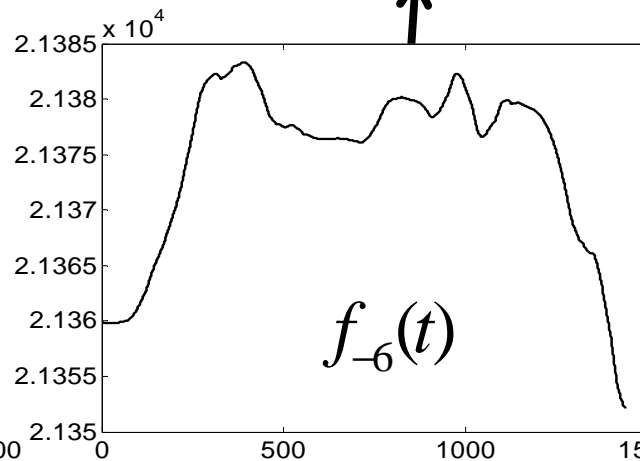
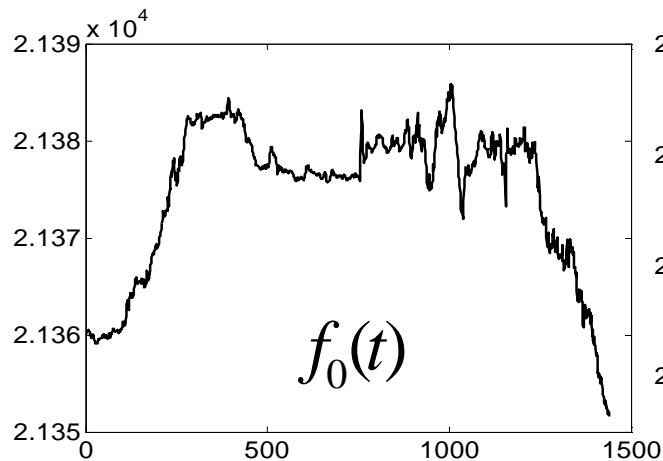
$$= f_{-6}(t) + \sum_{j_{603M}} g_{j_{603M}}(t)$$

(4)



$f_{-6}(t)$ - характерная компонента модели
(аппроксимирующая компонента δ
уровня разложения)

$g_{j_{603M}}(t)$ - возмущенные компоненты
модели



Анализ интенсивности возмущений на основе непрерывного вейвлет-преобразования

$$Wf(s, u) = \int f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt,$$

$$\forall (s, u) \in R^+ \times [a, b] \quad |Wf(s, u)| \leq As^{\alpha+1/2} \quad (5)$$

Положим, функция f в окрестности некоторой точки V содержит локальную особенность, если $|Wf(s, u)|$ не удовлетворяет условию (8).

Интенсивность возмущения в момент времени $t = u$ на анализируемом масштабе s определим как: $E_{f(s, u)} = |Wf(s, u)|,$ (6)

Анализ временной динамики интенсивности возмущений поля по масштабам оценим, как: $E_{f(s, \Delta u_0)} = \int_{u=u_0-\varepsilon}^{u=u_0+\varepsilon} E_{f(s, u)} du$ (7)

Оценка распределения возмущений поля и выделение масштабов, вносящих основной вклад в полную энергию E_f : $E_{f_s} = \int E_{f(s, u)} du$ (8)

Анализ изменения интенсивности возмущений поля во времени в различных временных диапазонах: $E_{f_u} = \int E_{f(s, u)} ds,$ $E_{f\Delta u_0} = \int_{u=u_0-\varepsilon}^{u=u_0+\varepsilon} E_{f_u} du$ (9)

Эксперименты с модельными сигналами по выделению характерной компоненты

Модельный сигнал:

$$f(t) = f_{\text{спок}} + \sum_j g_j(t) + e(t)$$

$f_{\text{спок}}$ - спокойная вариация

$\sum_j g_j(t)$ - локальные особенности

$e(t)$ - шум

Погрешность:

$$U_j = \frac{1}{T} \sqrt{\sum_{n=1}^N |c_{j,n} - c_{j,n}^{Sq}|^2}$$

Таблица 1: Оценка погрешности

амплитуда шума	масштабный уровень разложения			
	5	6	7	8
10	1,12	1	1,77	5,97
20	2,25	1,71	2,03	6,03
30	3,2	2,46	3,39	6,08
50	5,4	3,47	3,21	6,19

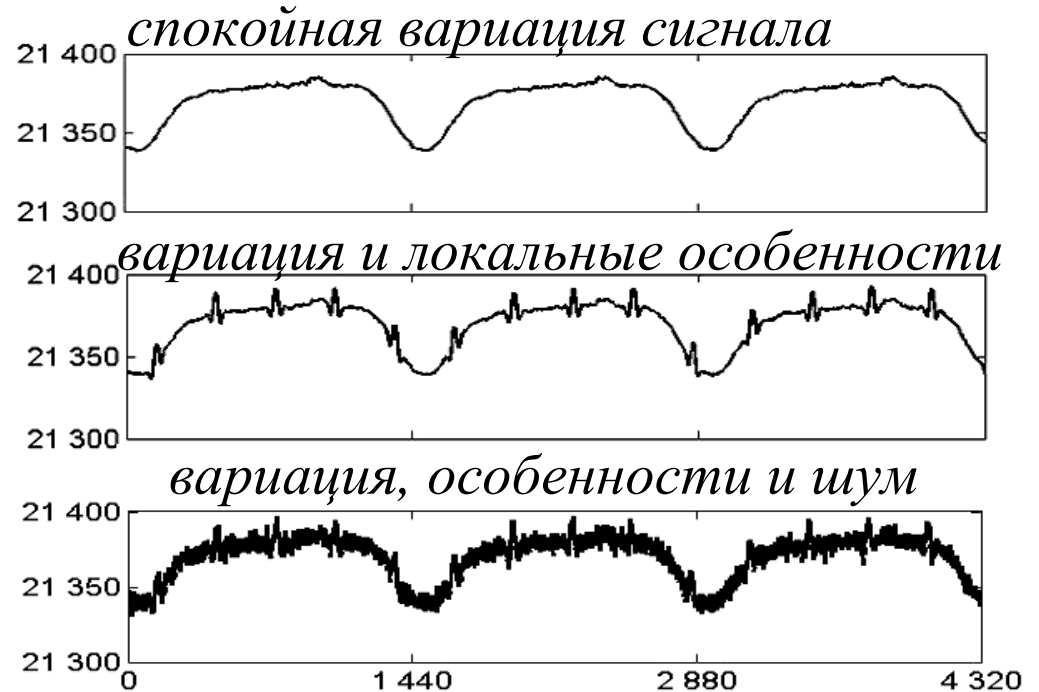
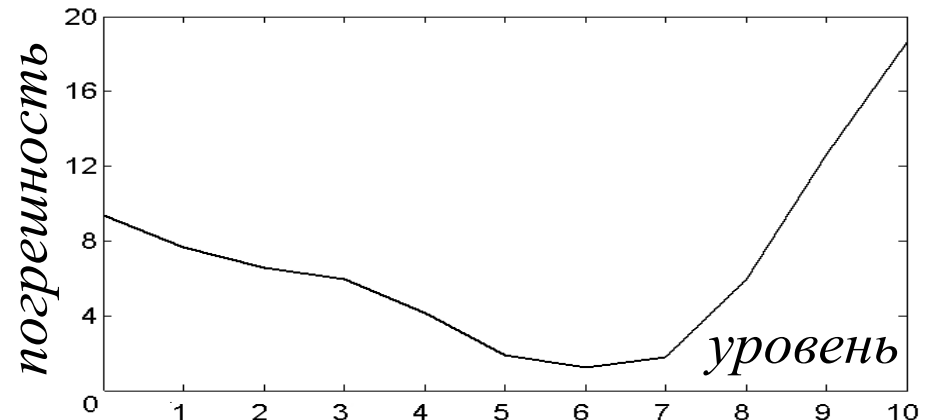


График зависимости погрешности от уровня вейвлет-разложения



Эксперименты с модельными сигналами по выделению возмущенной компоненты

Модельный сигнал:

$$f(t) = f_{\text{спок}} + \sum_j g_j(t) + e(t)$$

Выделение особенностей:

$$\left| \sum_k d_{j,k} \Psi_{j,k}(t) \right| \leq T_j$$

результаты оценки погрешности выделения локальных особенностей

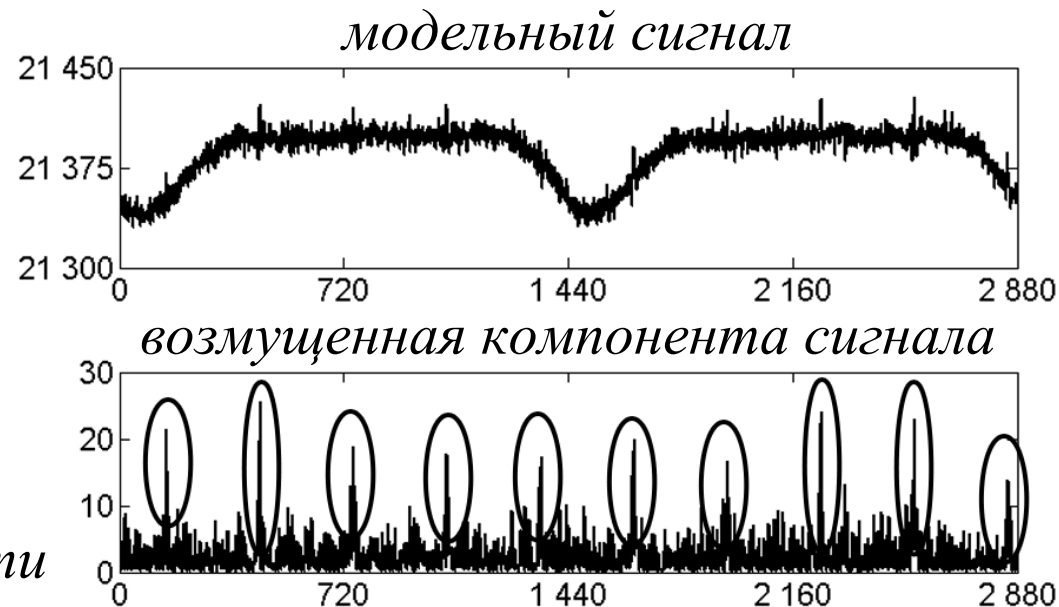
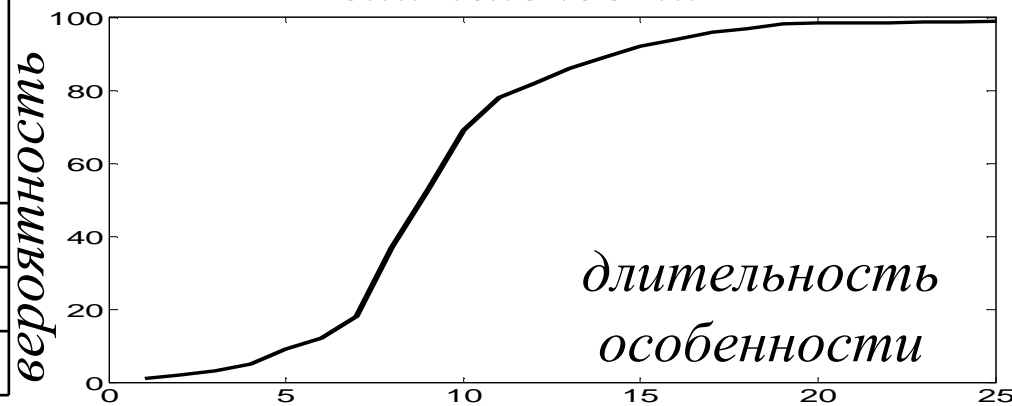
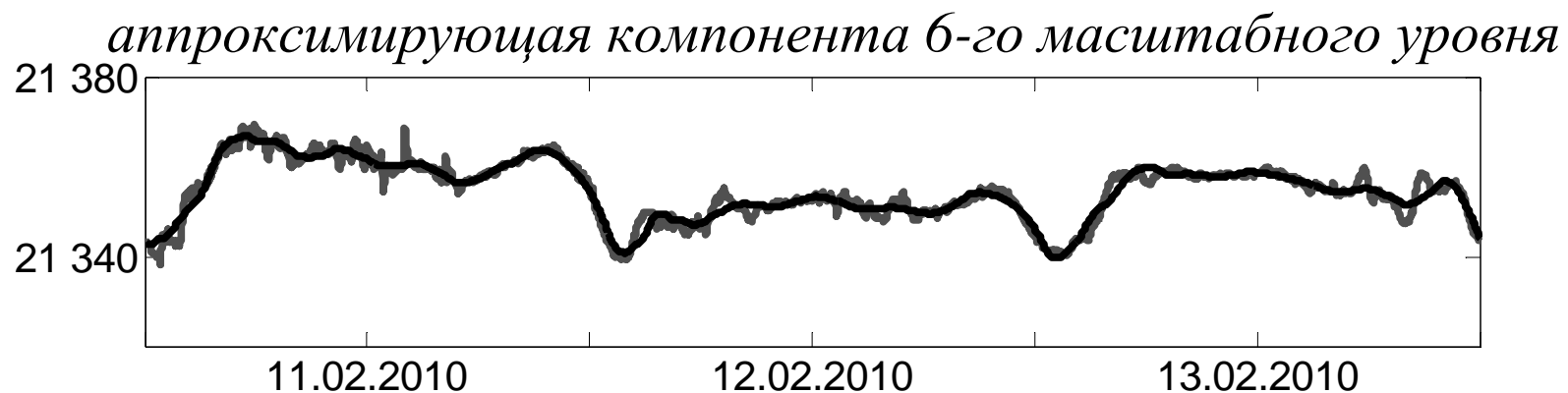


график зависимости вероятности обнаружения особенности от ее

длительности



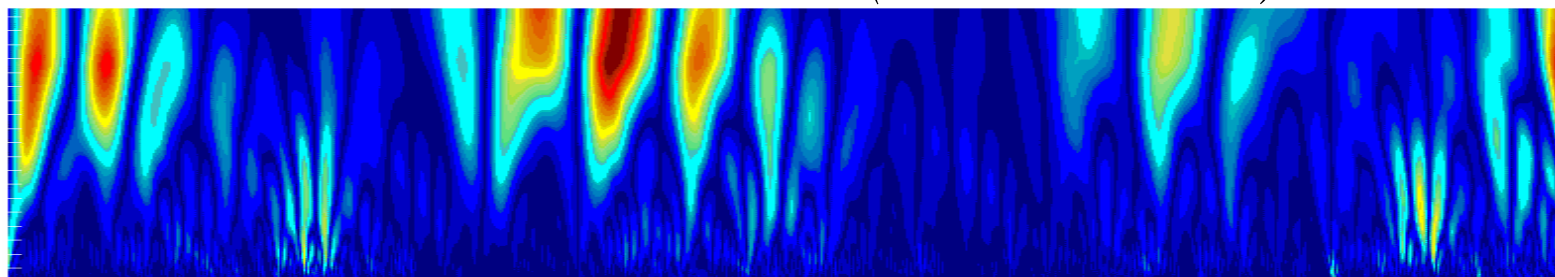
длительность особенностей	КОЛ-ВО ВЫЯВЛЕННЫХ (%)	КОЛ-ВО ЛОЖНЫХ (%)
5	67	17
15	92	13
25	97	8



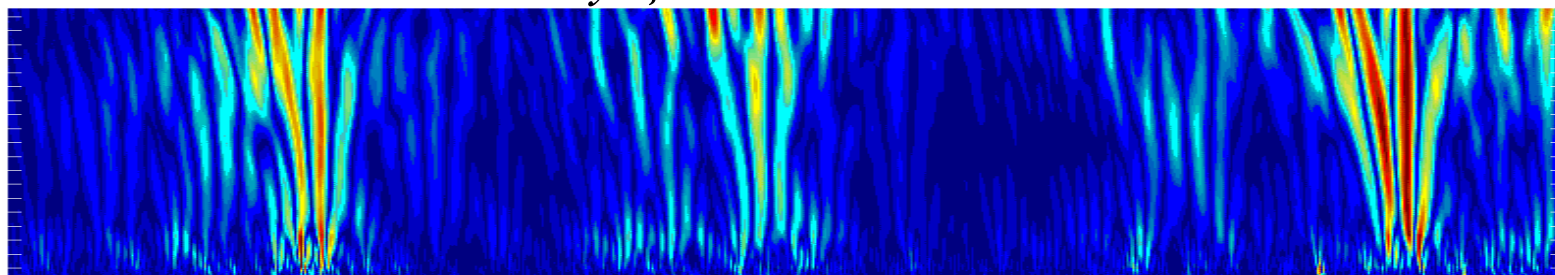
Анализ выделенных возмущенной компоненты



Масштабные
уровни

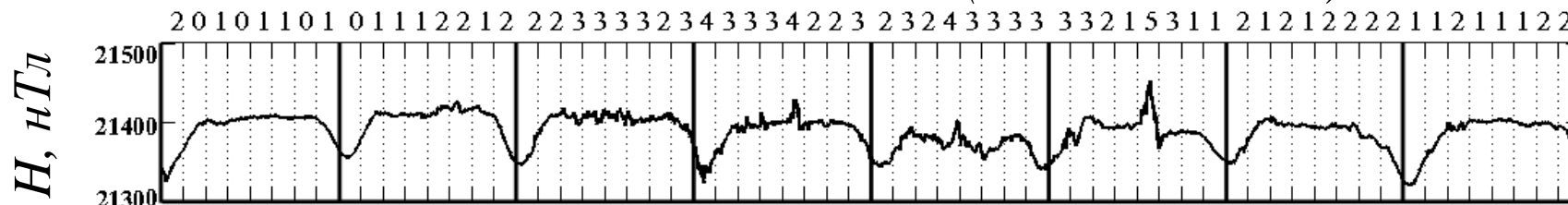


возмущенная компонента

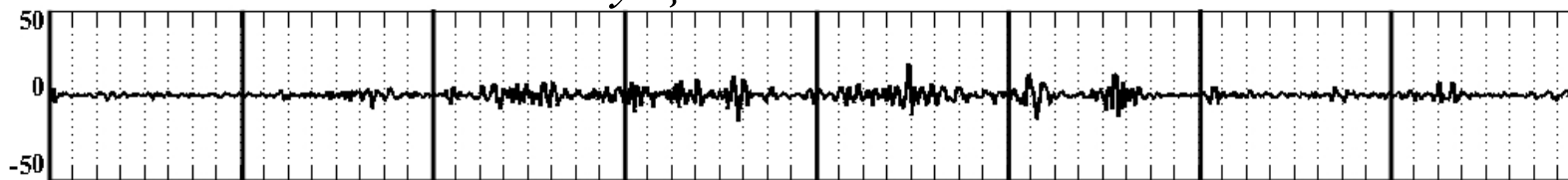


Результаты обработки данных за период 09.04.2002 – 16.04.2002 15

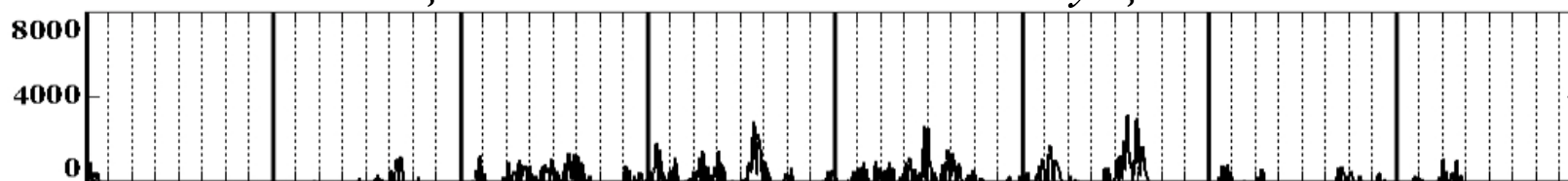
геомагнитный сигнал (H-компонента)



возмущенная компонента



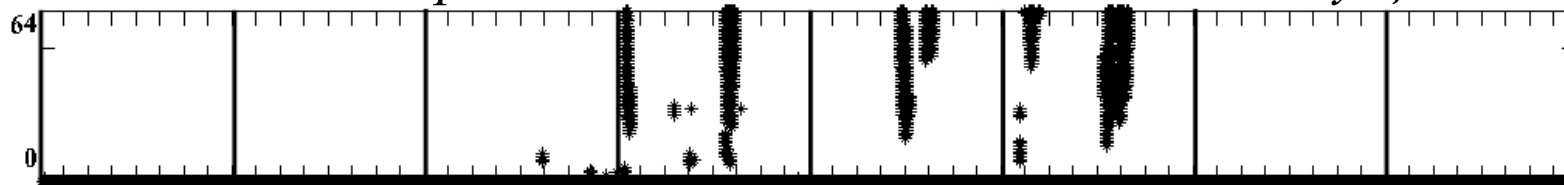
оценка интенсивности возмущений



*выделение периодов слабых геомагнитных возмущений**



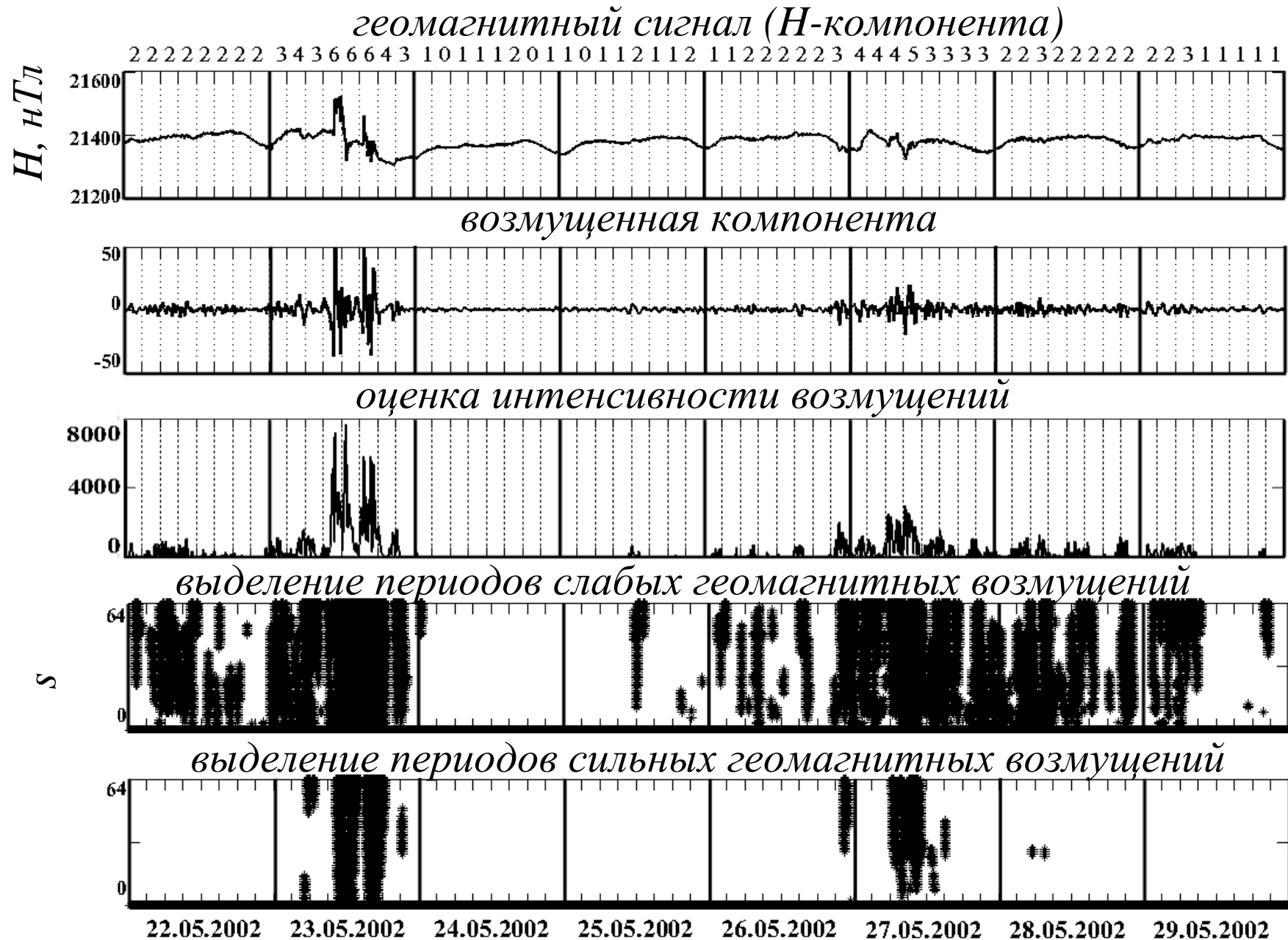
выделение периодов сильных геомагнитных возмущений



09.04.2002 10.04.2002 11.04.2002 12.04.2002 13.04.2002 14.04.2002 15.04.2002 16.04.2002

** Слабые возмущения выделяются, в среднем, за 2 дня до начала бури.*

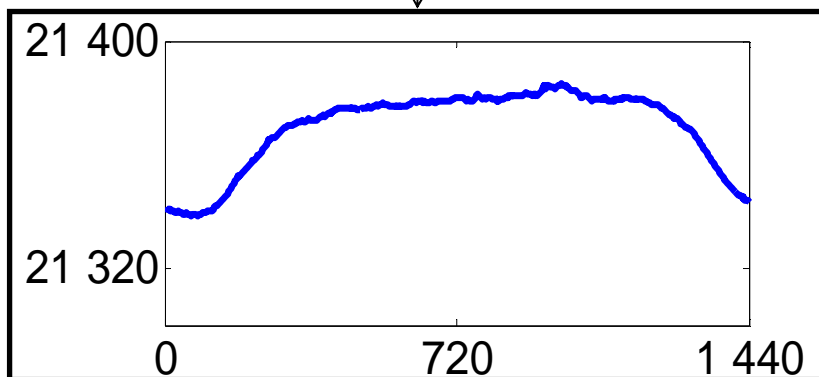
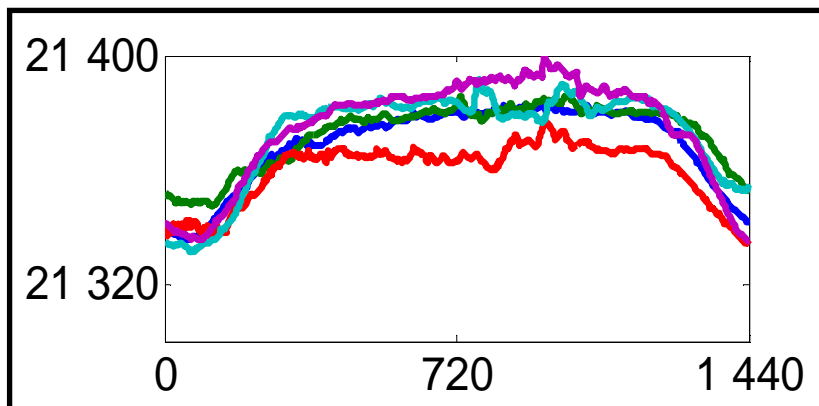
Результаты обработки данных за период 22.05.2002 – 29.05.2002¹⁶



Оценка эффективности работы предлагаемого метода по 17 вычислению К-индекса

Погрешность вычисления К-индекса (обс. «Паратунка»)

методы	Погрешность
Ручной/Предлагаемый	16%
Ручной/INTERMAGNET	40%



Предлагаемый метод

Магнитные данные

Определение возмущенности поля за сутки:

$$I = \sum_j \max_k (|d_{j,k}|)$$

Определение возмущенности поля за сутки:

$$I = \max_{j_{\text{возм}}, k} |g_{j_{\text{возм}}, k}|$$

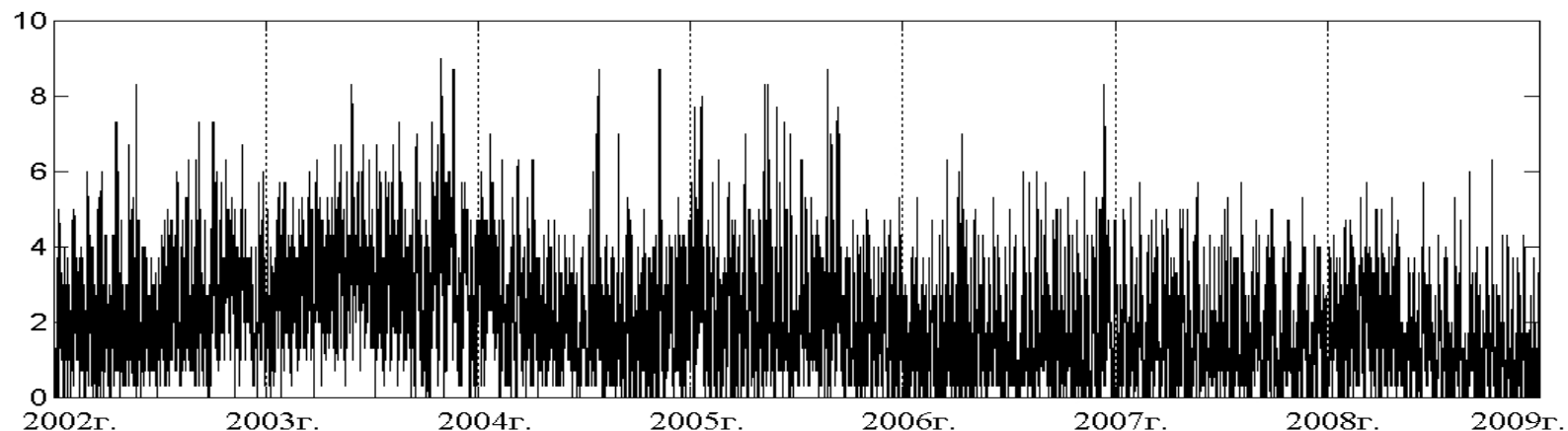
Выбираются 5 дней с минимальным значением I

По выбранным дням строится спокойная суточная вариация

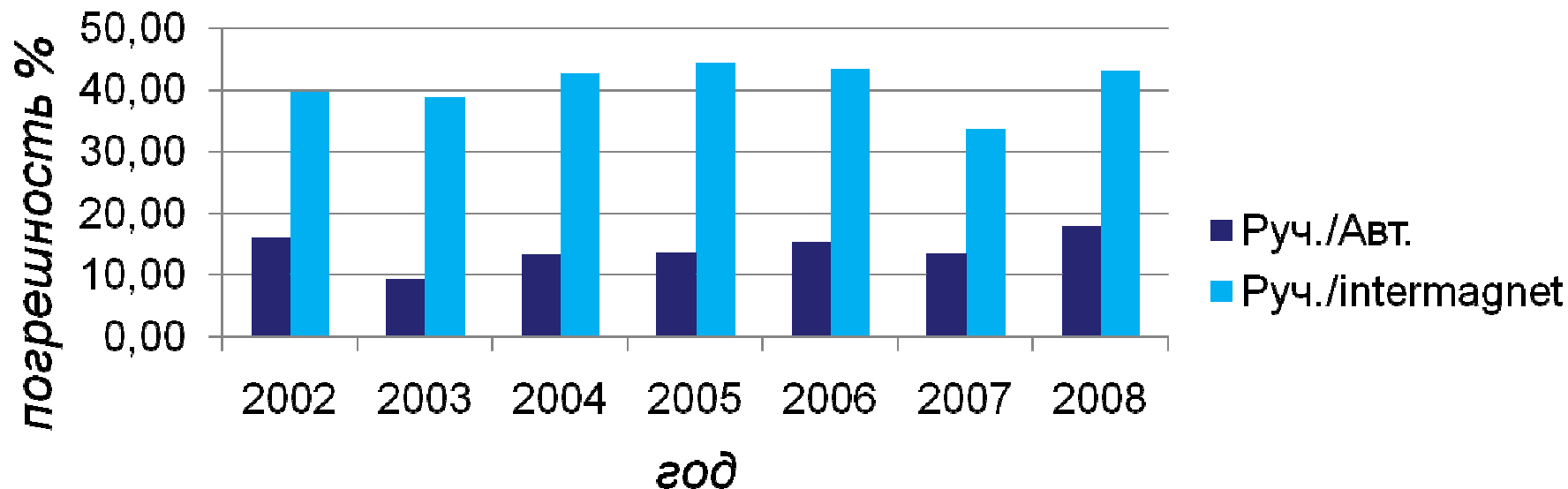
Расчет К-индекса по методике Дж. Бартельса

Оценка эффективности работы предлагаемого метода по¹⁸ вычислению К-индекса

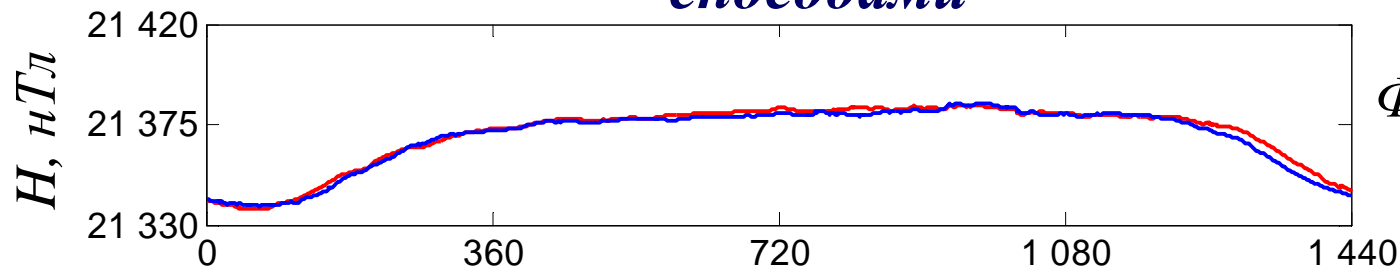
Кр-индекс за период с 2002 г. по 2008 г.



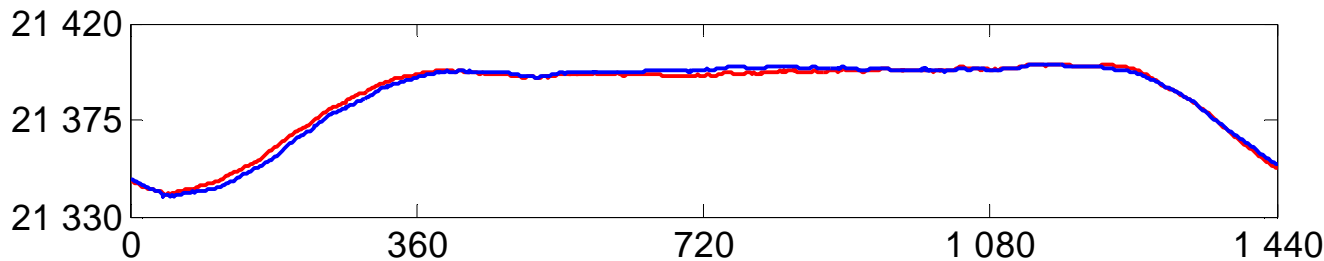
Погрешность вычисления К-индекса (обс. Паратунка)



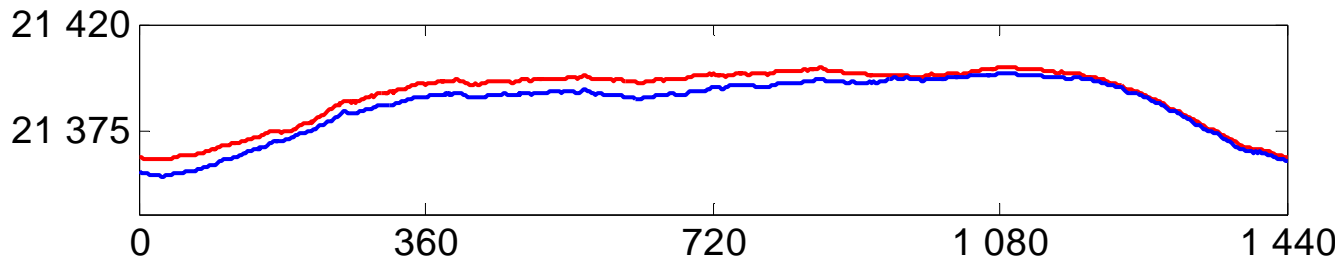
Оценка Sq-кривых рассчитанных ручным и программным способами



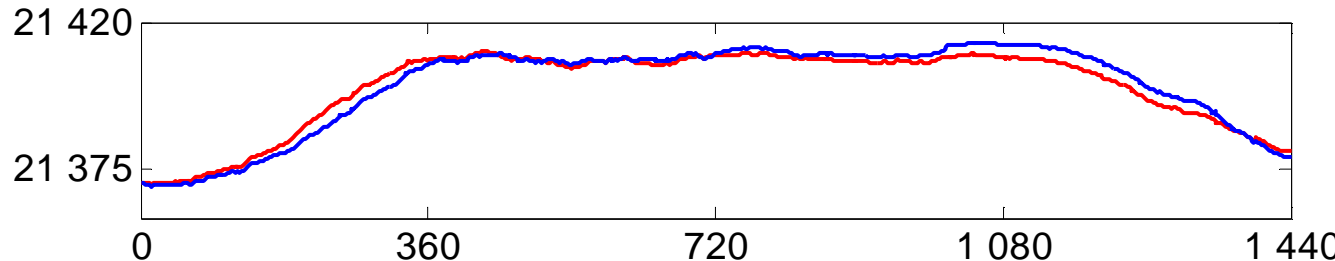
Февраль 2002 г.





Апрель 2002 г.

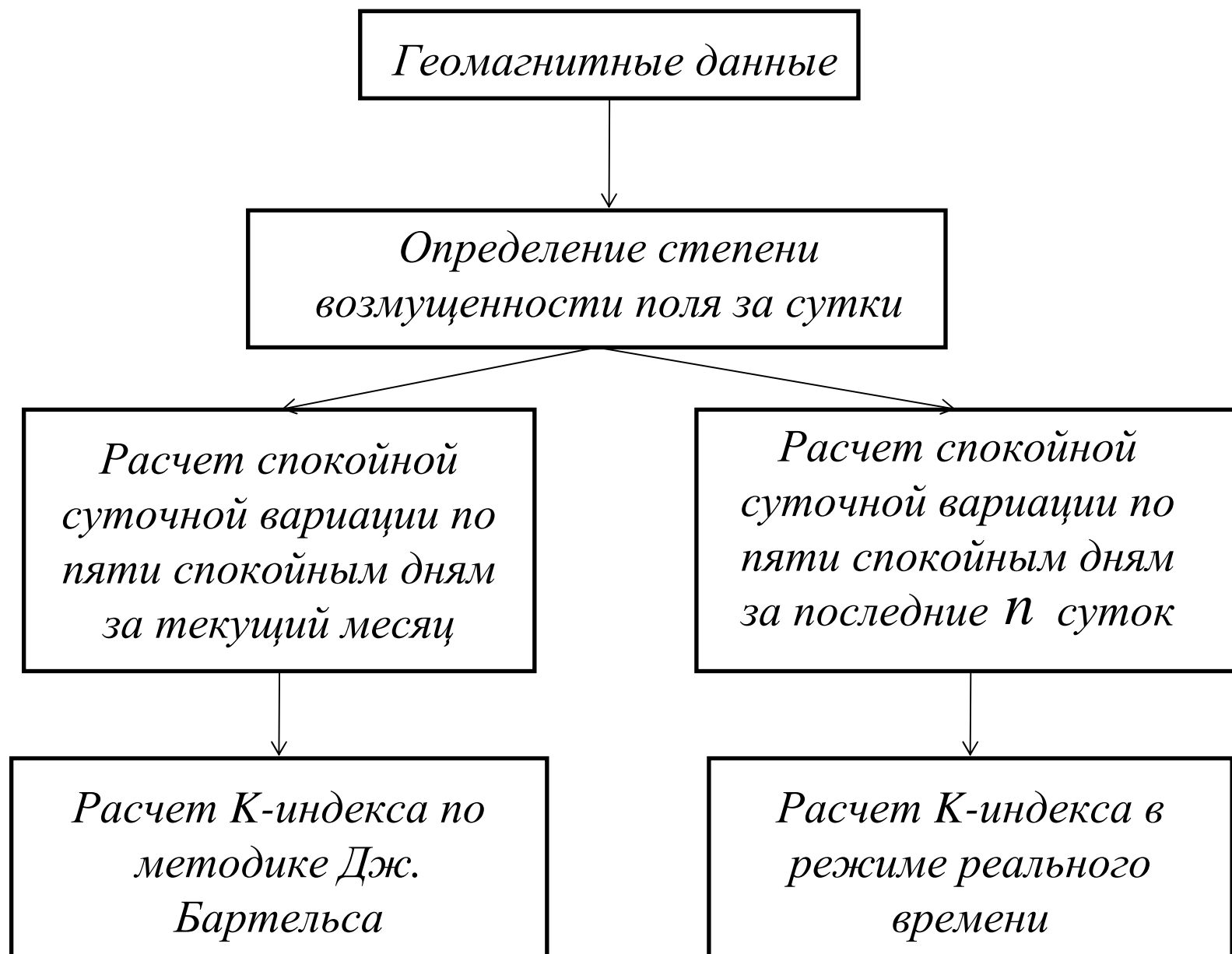


Май 2002 г.



Июнь 2002 г.

-  программным способом;
-  ручным способом (по данным The International Service of Geomagnetic Indices (I.S.G.I.));



Выводы

- . Предложена модель геомагнитного сигнала, описывающая его характерную компоненту и локальные структуры, формирующие процесс в периоды повышенной геомагнитной активности.*
- . Разработан алгоритм выделения характерной и возмущенных компонент геомагнитного сигнала и оценки их параметров, основанный на конструкции вейвлет-пакетов и пороговых функциях.*
- . Разработан алгоритм выделения периодов повышенной геомагнитной активности и оценки возмущений, формирующих геомагнитный сигнал накануне и во время развития магнитной бури, основанный на непрерывном вейвлет-преобразовании.*
- . Предложен автоматический метод вычисления К-индекса, основанный на конструкции вейвлет-пакетов и пороговых функциях, позволяющий воспроизвести методику Дж. Бартельса.*